浙江大学2006-2007秋冬 线性代数

1. 填空题（20分）

1. 设A，B，C是n阶矩阵，且，则 。

**解** 因为，则，从而。又因为，则。同理可得，因此

2. 设n阶矩阵，其中，

则 。

**解** ，因为，则，且。又因为，所以。

说明 此时不必要求，只要中至少有一个不为零，并且中也至少有一个不为零即可。

记住这个结论，经常要用到这个结论。

3. 设A是n阶矩阵，且则＝ 。

4. 设，已知不能由

线性表示，则 。

5. 设，，则当C＝ 时，。

**解** 记，矩阵所对应的二次型为，令

即，则

因此。

1. 解答题
   1. （10分）设，，计算。

**解** 因为，所以4是的特征值。又因为，则，由此可知0是的特征值，且所对应的齐次线性方程组的基础解系向量个数为4-1=3，这说明0是的特征多项式的三重根。所以特征值分别为：

因此

* 1. （10分）设3阶矩阵，且适合，求矩阵B。
  2. （15分）问k为何值时，线性方程组 有唯一解、无解、无穷多解？在有解的情况下，求出其全部解。
  3. （15分）设二次型。

（1）写出该二次型的矩阵；（2）该二次型是否是正定二次型；（3）用非退化线性替换 化该二次型为标准型，并写出所用的线性替换。

* 1. 设A是3阶实对称矩阵，特征值，属于特征值的特征向量为，求
     1. 属于特征值的所有特征向量；（2）矩阵A。 （3） 求。

1. 证明题：
   1. （7分）设A是n阶矩阵，满足，求证：（1），（2）。
   2. （8分）设矩阵A与对角阵相似，，求证B＝0。